



ПРОСВЕЩЕНИЕ



корпорация
российский
учебник

Семинар – практикум

Развитие функциональной грамотности на уроках математики



ЧТО СДЕЛАЕТ ДЕТЕЙ УСПЕШНЫМИ ЗАВТРА?

Некоторые из востребованных сегодня профессий
Не существовали вовсе всего пять лет назад.

65% детей, которые завтра пойдут в школу, будут
работать по специальностям, о которых мы еще не
знаем.

Треть навыков и умений, которые к 2030 станут
необходимыми для большинства профессий, не
рассматриваются как критически важные сегодня

«The Future of Jobs», WEF



ЧТО ОТЛИЧАЕТ СОВРЕМЕННЫХ ДЕТЕЙ (ПОКОЛЕНИЕ Z)?

Особенности психических процессов:

«другая» память (запоминают не содержание, а место, «путь», по которому можно найти информацию). Память «неглубокая», «короткая», при этом отличная визуализация;

- **концентрация внимания уменьшилась в десятки раз**, быстро воспринимают, быстро переключаются, меньше запоминают;
- **направленность на работу с техникой**, в которой разбираются лучше, чем в человеческих эмоциях и поведении.
- **нетерпеливость, сосредоточенность**, в основном, на **краткосрочных целях** (проблемы школьной успеваемости из-за неусидчивости и нетерпеливости);
- **приоритет техногенной, а не человеческой коммуникации**;
- **«иное» обучение** – мотивированно занимаются только тем, что интересно, остальное – игнорируют;
- **отсутствие возрастных авторитетов**;
- **развитое чувство индивидуальности и справедливости**;
- **ориентация на потребление и получение удовольствия** от всего (в т.ч. от учебы).



ЧТО ДОЛЖЕН УМЕТЬ СПЕЦИАЛИСТ БУДУЩЕГО

1 Быть кросс-функциональным – работать на стыке профессий

2 Уметь работать удаленно

3 Быть профессионалом big data - уметь собирать и распоряжаться большим объемом информации

4 Уметь самообучаться - развитие IT-технологий будет стремительным

5 Быть «универсальным солдатом»: знать несколько языков, уметь творчески мыслить, обладать soft skills - умением мягко, терпеливо, доброжелательно добиваться целей



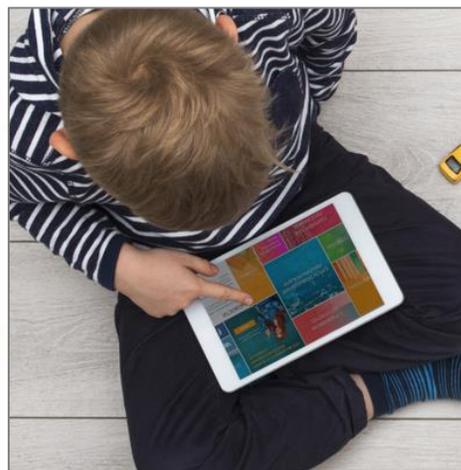
6 Быть готовым переобучаться всю жизнь

7 Знать основы IT-технологий

8 Быть готовым менять до 10 профессий в течении жизни

9 Быть способным к научным дисциплинам - подавляющее большинство видов работ будет выстроено на компьютерных технологиях

10 Быть готовым к кросс-культурным перемещениям - работе в разных странах в виду глобализации



Основные базовые компетенции успешной профессиональной деятельности

КРЕАТИВНОСТЬ

**КРИТИЧЕСКОЕ
МЫШЛЕНИЕ**

4К

КОММУНИКАЦИИ

**КОМАНДНАЯ
РАБОТА**

Международный взгляд на результаты образования

Навыки 21 века

Базовые

как учащиеся применяют базовые навыки для решения повседневных задач

- ✓ Навыки чтения и письма
- ✓ Математическая грамотность
- ✓ Естественнонаучная грамотность
- ✓ ИКТ-грамотность
- ✓ Финансовая грамотность
- ✓ Культурная и гражданская грамотность

Компетенции

как учащиеся решают более сложные задачи

- ✓ Критическое мышление/решение задач
- ✓ Креативность
- ✓ Умение общаться
- ✓ Умение работать в команде

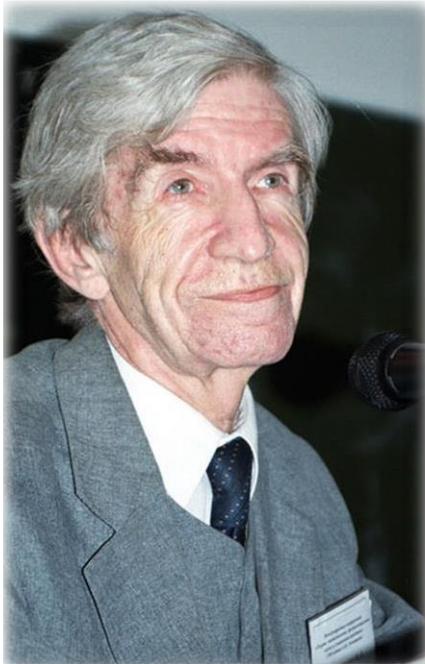
Личностные качества

как учащиеся справляются с изменениями окружающей среды

- ✓ Любознательность
- ✓ Инициативность
- ✓ Настойчивость
- ✓ Способность адаптироваться
- ✓ Лидерские качества
- ✓ Социальная и культурная грамотность

Непрерывное обучение

В чем сущность понятия «функциональная грамотность»



«Функциональная грамотность - способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений».

А. А. Леонтьев

Функциональная грамотность - это способность человека вступать во взаимодействие с внешней средой и максимально быстро адаптироваться и функционировать в ней ...

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ – ОВЛАДЕНИЕ КЛЮЧЕВЫМИ КОМПЕТЕНЦИЯМИ

способность
взаимодействовать
с окружающим миром

способность решать
учебные и житейские
задачи

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ

Готовность и способность
строить отношения

владение
рефлексивными умениями

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ – ОВЛАДЕНИЕ КЛЮЧЕВЫМИ КОМПЕТЕНЦИЯМИ

→ учебно-познавательная компетенция

→ ценностно-смысловая компетенция

→ общекультурная компетенция

→ информационная компетенция

→ коммуникативная компетенция

→ социально-трудовая компетенция

→ личностная (самосовершенствование)
компетенция

ФУНКЦИОНАЛЬНО ГРАМОТНАЯ ЛИЧНОСТЬ

Человек познающий

Человек, умеющий жить среди людей

Человек самостоятельный

ИНДИКАТОРЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ

Читательская грамотность

Математическая грамотность

Естественнонаучная грамотность

Компьютерная грамотность

Юридическая грамотность

Экономическая грамотность

Экологическая грамотность

Грамотность в вопросах здоровья

Грамотность в вопросах семейной жизни

.....

СРОКИ РЕАЛИЗАЦИИ: 01.01.2019 – 31.12.2024

ЦЕЛИ:

-  1. Обеспечение глобальной конкурентоспособности российского образования, вхождение Российской Федерации в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования
-  2. Воспитание гармонично развитой и социально ответственной личности на основе духовно-нравственных ценностей народов Российской Федерации, исторических и национально-культурных традиций

<https://edu.gov.ru/national-project/>

Международные рейтинги качества систем образования опираются на данные исследований PIRLS, TIMSS и PISA



ОСВОЕНИЕ ОСНОВ ЧТЕНИЯ С ЦЕЛЮ

- приобретения читательского литературного опыта
- освоения и использования информации

PIRLS –

Progress in International Reading Literacy Study,
4 класс, один раз в 5 лет,
2001, 2006, 2011, 2016, **2021**...



ОСВОЕНИЕ ОСНОВ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫХ ПРЕДМЕТОВ:

- всех общеобразовательных курсов (4, 8 классы)
- углублённых курсов математики и физики (11 класс)

TIMSS –

Trends in Mathematics and Science Study, 4, 8 и 11 классы, один раз в 4 года
1995,..., 2015, 2019, **2023**...



СФОРМИРОВАННОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ, НАВЫКОВ РАЗРЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ, ГЛОБАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ, КРЕАТИВНОГО МЫШЛЕНИЯ

PISA –

Programme for International Student Assessment, 15-летние обучающиеся, один раз в 3 года
2000,..., 2015, 2018, **2021, 2024**...

Российские школьники обладают значительным объемом знаний, но не умеют грамотно пользоваться этими знаниями

Результаты российских учащихся в исследованиях PIRLS, TIMSS, PISA (2015-2016 годы)



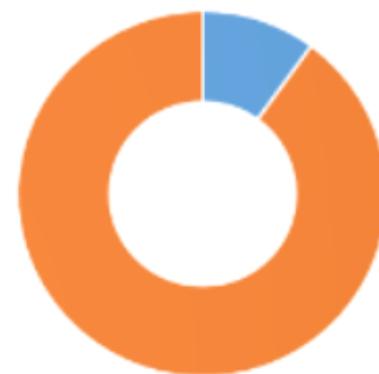
Результаты PISA: 15-летние учащиеся



20–30 %

не достигают порогового уровня функциональной грамотности по всем 3 областям:

- чтению,
- математике,
- естествознанию или отдельным областям.



90–95 %

не достигают высоких уровней функциональной грамотности:

- способности самостоятельно мыслить,
- способности функционировать в сложных условиях.

МИ

Международные
исследования

Общероссийская
оценка по
модели PISA

Приказ МИНПРОСВЕЩЕНИЯ N 219,
РОСОБНАДЗОРА приказ N 590, от 06.05.2019

НИКО

Национальные
исследования
качества
образования

НОВОЕ

ВПР

Всероссийские
проверочные работы

ГИА

Государственная
итоговая аттестация

Приказ Рособрнадзора N 590, Минпросвещения России N 219 от 06.05.2019

"Об утверждении Методологии и критериев оценки качества общего образования в общеобразовательных организациях на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся"

Pisa для школ
<http://www.oecd.org/PISA/pisa-for-schools/>

The screenshot shows the PISA for Schools website. At the top, there is a navigation menu with links: Home, About, PISA Test, Data, Publications, Webinars, Join PISA, and FAQ. Below the menu, the text "PISA for Schools" is displayed. A horizontal line separates this from the "About" section, which is highlighted in yellow. The "About" section contains a paragraph explaining the project's goal: to improve student learning opportunities and well-being by empowering teachers and school leaders through global connections and international benchmarking. Below this, there is a "Frequently Asked Questions - FAQs" section and a "How to Join" section. At the bottom, a "Find out more:" section lists several documents: PISA for Schools Brochure, PISA for Schools Infographic, PISA for Schools Sample School Report, PISA for Schools General Guidelines for Use and Availability, and PISA for Schools Technical Report.

PISA for Schools: What and Why?



Why participate in PISA for Schools?



ФИОКО (открытые задания PISA)

The screenshot shows the FIOKO website. At the top, there is a navigation menu with links: Home, About, PISA Test, Data, Publications, Webinars, Join PISA, and FAQ. Below the menu, the text "PISA for Schools" is displayed. A horizontal line separates this from the "About" section, which is highlighted in yellow. The "About" section contains a paragraph explaining the project's goal: to improve student learning opportunities and well-being by empowering teachers and school leaders through global connections and international benchmarking. Below this, there is a "Frequently Asked Questions - FAQs" section and a "How to Join" section. At the bottom, a "Find out more:" section lists several documents: PISA for Schools Brochure, PISA for Schools Infographic, PISA for Schools Sample School Report, PISA for Schools General Guidelines for Use and Availability, and PISA for Schools Technical Report.

Оценка качества образования на основе практики международных исследований
Федерального проекта «Современная школа» Национального проекта «Образование»



- ✓ **В каждом регионе – репрезентативная выборка, от 75 до 150 образовательных организаций**
- ✓ **Срок проведения: сентябрь-октябрь**
- ✓ Школьники в возрасте от 15 лет и 3 месяцев до 16 лет и 2 месяцев (с 7-го класса)
- ✓ Оценка проводится на компьютерах
- ✓ В процессе проведения в аудитории присутствуют не менее 2 организаторов

Как формируются группы субъектов:

1. схожие размеры групп по количеству обучающихся
2. представительство всех федеральных округов
3. представительство «сельских» и «городских» регионов

№	Регион 2019 год
1	Республика Саха (Якутия)
2	Республика Бурятия
3	Саратовская область
4	Ульяновская область
5	Вологодская область
6	Кабардино-Балкарская Республика
7	Ставропольский край
8	Иркутская область
9	Томская область
10	Ямало-Ненецкий автономный округ
11	Ивановская область
12	Липецкая область
13	Брянская область
14	Краснодарский край

2020	2021	2022	2023	2024
Сахалинская область	Амурская область	Магаданская область	Камчатский край	Приморский край
Нижегородская область	Пермский край	Чукотский автономный округ	Хабаровский край	Забайкальский край
Чувашская Республика	Кировская область	Оренбургская область	Еврейская автономная область	Самарская область
г. Санкт-Петербург	Удмуртская Республика	Республика Мордовия	Республика Татарстан	Республика Башкортостан
Республика Коми	Республика Марий Эл	Новгородская область	Пензенская область	Ленинградская область
Республика Ингушетия	Мурманская область	Архангельская область	Калининградская область	Республика Карелия
Омская область	Республика Дагестан	Псковская область	Республика Северная Осетия-Алания	Ненецкий автономный округ
Республика Тыва	Красноярский край	Карачаево-Черкесская Республика	Алтайский край	Чеченская Республика
Челябинская область	Новосибирская область	Республика Хакасия	Курганская область	Кемеровская область
Владимирская область	Республика Алтай	Ханты-Мансийский автономный округ	Московская область	Тюменская область
Тульская область	Свердловская область	г. Москва	Ярославская область	Тамбовская область
Воронежская область	Калужская область	Костромская область	Смоленская область	Рязанская область
Волгоградская область	Орловская область	Ростовская область	Белгородская область	Тверская область
Республика Калмыкия	Республика Адыгея	Республика Крым	Астраханская область	Курская область



Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021 Исследование PISA-2021 проверит математическую грамотность российских школьников.

В рамках исследования PISA-2021 будет использоваться следующее определение:

Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке».



Задача в контексте реального мира

<https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978>

Мониторинг 5 класс

Кассовый аппарат

Задание «Кассовый автомат»

Кассовый автомат используют для пополнения счёта на карте «Проезд на транспорте». Информация на экране автомата:

- Клиент может ежедневно вносить
- Купюрами - не более 300 рублей,
- Мелочью не более 30 рублей.



Петергоф

Задание Петергоф

Москвич Пётр Петрович решил отправиться на два дня в Санкт-Петербург в гости к своему бывшему однокласснику. Он купил билет на поезд, который отправляется с Ленинградского вокзала в 15:00.



Взвешивание фруктов

Задание Взвешивание фруктов

Лена покупает грейпфруты и лимоны. Она выбрала грейпфрут и положила его на весы.



Мониторинг 7 класс

Бугельные подъемники

БУГЕЛЬНЫЕ ПОДЪЁМНИКИ

Для подъёма горнолыжников и сноубордистов к месту начала спуска используют различные типы горнолыжных подъёмников: гондольные, кресельные и бугельные. Бугельные подъёмники осуществляют подъём лыжников от нижней станции до верхней за счёт бугеля (перекладны) или тарелки, их вместимость – 1 или 2 человека.



Покупка телевизора

Задание 2. Покупка телевизора

Вопрос 1/2 1. Обратитесь к разговору «Покупка телевизора». Выполните задание и приведите соответствующее объяснение.

Семья Петровых решила купить телевизор и повесить его в гостиной в нише круглой формы. Диаметр ниши равен 1,6 м.



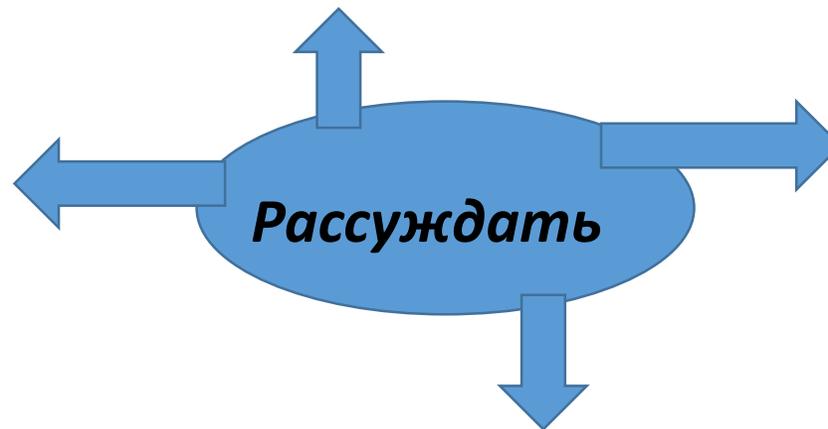
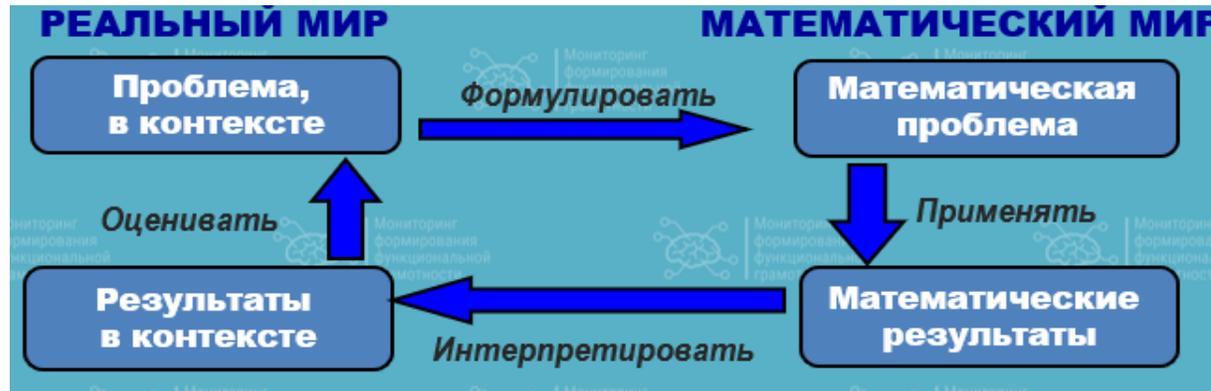
Ремонт комнаты

РЕМОНТ КОМНАТЫ

Семья Марини делает ремонт в ее комнате. План комнаты с замера, которые сделала Мария, представлен ниже.

Комната имеет неправильную форму: три прямых угла, а вместо четвертого угла она имеет стену округлой формы.

Исследование PISA



Основные критерии отбора заданий для формирования и оценки функциональной грамотности

- ◆ *Наличие ситуационной значимости контекста*
- ◆ *Необходимость перевода условий задачи, сформулированных с помощью быденного языка, на язык предметной области*
- ◆ *Новизна формулировки задачи, неопределенность в способах решения*





Структура оценки математической грамотности

- Математическое *содержание*, которое используется в тестовых заданиях (предметное ядро функциональной грамотности):
 - Изменения и зависимости (алгебра)
 - Пространство и форма (геометрия)
 - Неопределенность и данные (ТВ и статистика)
 - Количество (арифметика)
- *Когнитивные процессы (составляющие интеллектуальной деятельности)*, которые описывают, что делает ученик, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математикой, необходимой для её решения
 - формулировать* ситуацию математически
 - применять* математические понятия, факты, процедуры
 - интерпретировать*, использовать и оценивать результаты
 - рассуждать*
- *Контекст*, в котором представлена проблема.
 - Личная жизнь – Мир человека* *Общественная жизнь – Мир социума*
 - Образование/профессиональная деятельность – Мир профессий*
 - Научная деятельность – Мир науки*

Контексты заданий

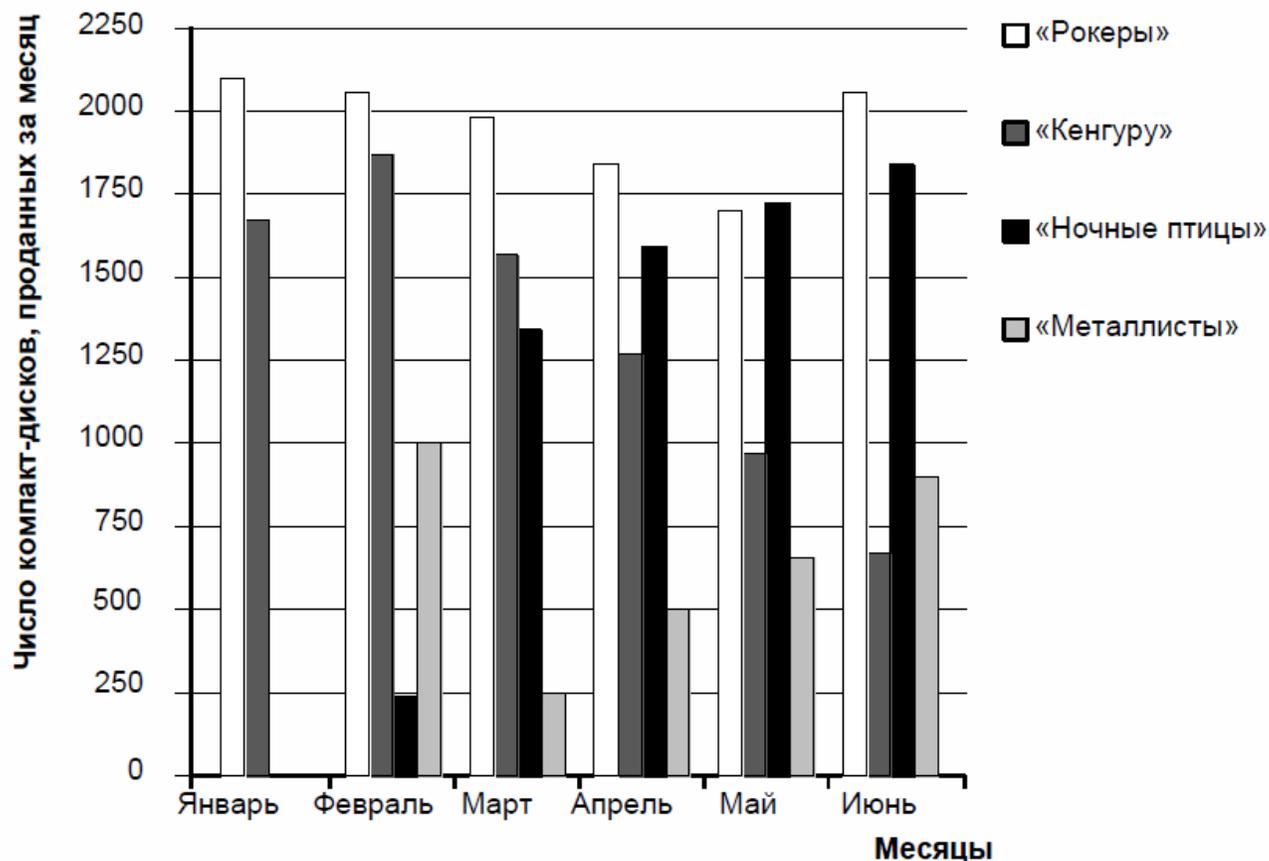
При составлении заданий используются 4 категории контекстов:

- личная жизнь,
- образование/профессиональная деятельность,
- общественная жизнь
- научная деятельность.

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.

Продажа компакт-дисков за месяц



Вопрос 1: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

Сколько компакт-дисков музыкальная группа «Металлисты» продала в апреле?

- A 250 B 500 C 1000 D 1270

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Читать столбчатую диаграмму

Область математического содержания:

Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

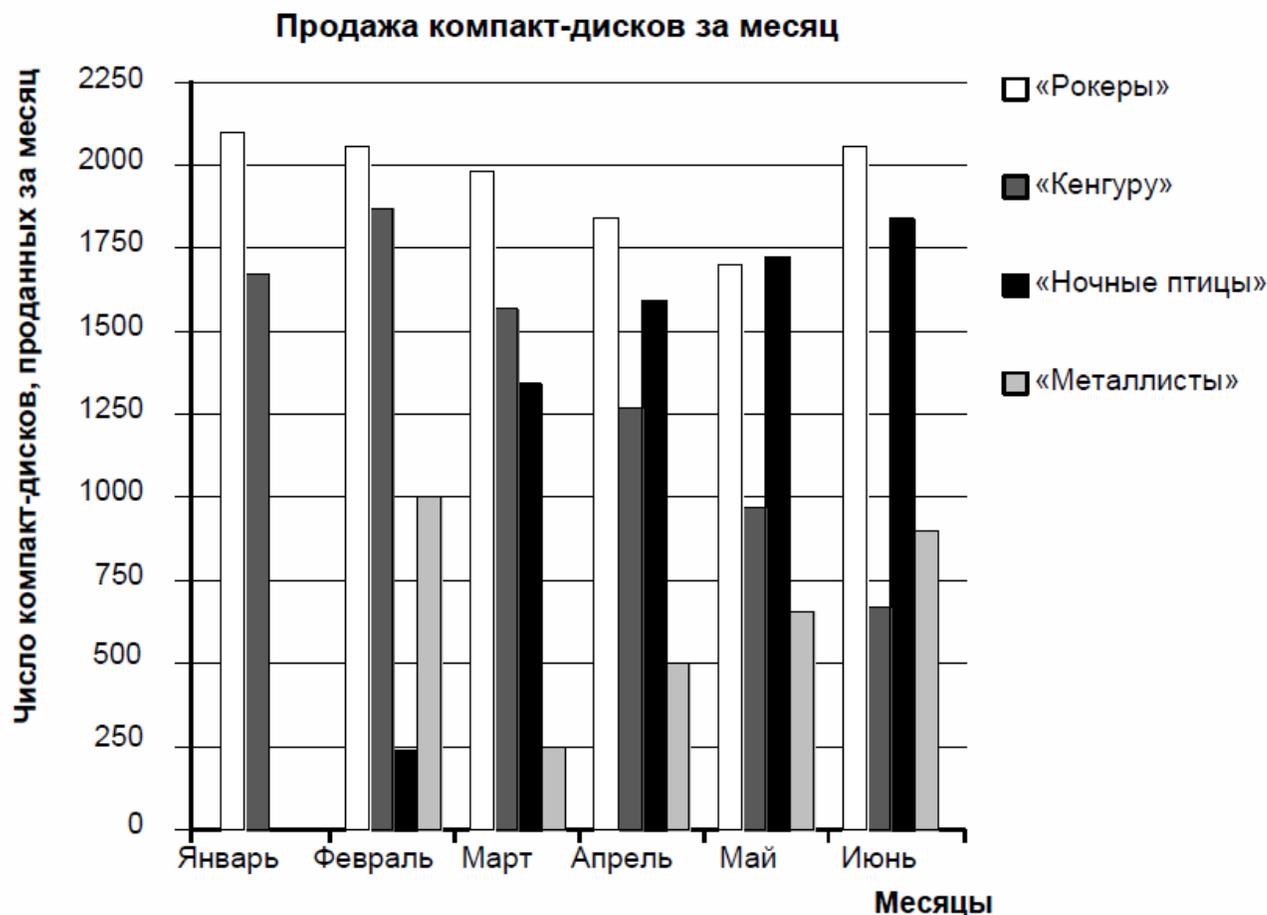
Познавательная деятельность:

Интерпретировать

Ответ: B 500

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



Вопрос 2: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В каком месяце музыкальная группа «Ночные птицы» в первый раз продала больше своих компакт-дисков, чем музыкальная группа «Кенгуру»?

- A Не было такого месяца
- B Март
- C Апрель
- D Май

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Прочитать столбчатую диаграмму и сравнить высоту двух столбцов

Область математического содержания:

Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

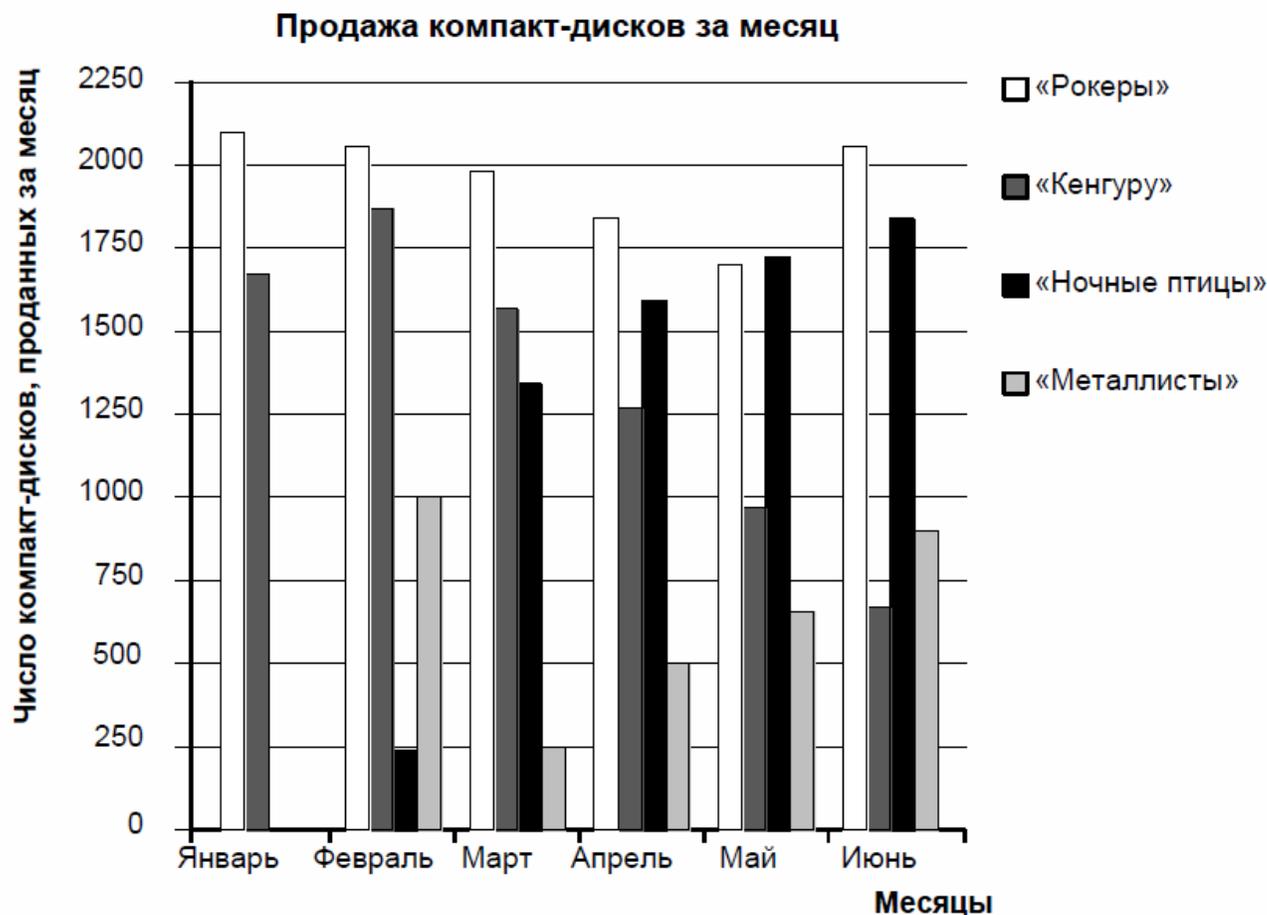
Познавательная деятельность:

Интерпретировать

Ответ: C Апрель

ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

В январе были выпущены новые компакт-диски музыкальных групп «Рокеры» и «Кенгуру». В феврале последовали компакт-диски музыкальных групп «Ночные птицы» и «Металлисты». На следующей диаграмме показана продажа этих компакт-дисков с января по июнь.



Вопрос 3: ПРОДАЖА МУЗЫКАЛЬНЫХ ДИСКОВ

Менеджер группы «Кенгуру» обеспокоен тем, что количество проданных компакт-дисков уменьшилось с февраля по июнь.

Каков прогноз объёма продаж в июле, если продолжится такая же отрицательная тенденция?

A 70 компакт-дисков

B 370 компакт-дисков

C 670 компакт-дисков

D 1340 компакт-дисков

ЦЕЛЬ ВОПРОСА:

Описание: Интерпретировать столбчатую диаграмму и подсчитать число компакт-дисков, проданных в будущем, полагая, что сохранится линейная тенденция.

Область математического содержания:

Неопределённость и данные

Контекст: Общественный

Познавательная деятельность:

Интерпретировать

Ответ: B 370 компакт-дисков

- **Область математического содержания**
- **Контекст**
- **Мыслительная деятельность**
- **Описание задания**
- **Что проверяется**

под рук. Г.С. Ковалевой, кандидата педагогических наук, руководителя Центра оценки качества образования Института стратегии развития образования Российской академии наук, эксперта международного класса



- Оценка читательской грамотности 5 – 9 классы.
- 4 варианта тестов, в каждом из которых даются тексты по 4 предметным областям (математике, русскому языку, естественнонаучным предметам и общественно-научным предметам) с заданиями к ним.
- Для проведения внутришкольного мониторинга в 5 – 9 классах:
 - ежегодно,
 - 2 раза в год (входная и итоговая диагностика),
 - по четвертям с изменением предметной области.

7 класс

КОМПЛЕКСНАЯ РАБОТА

Вариант 2

Регион _____

Город / посёлок / село _____

Школа _____ Класс _____

Фамилия, имя _____

Инструкция для учащихся

На выполнение работы отводится 90 минут (с перерывом).

В каждой части работы даются один или несколько текстов и несколько заданий, связанных с ними. Для выполнения заданий потребуется использовать знания и умения, полученные при изучении многих предметов.

В некоторых заданиях нужно будет из нескольких предложенных вариантов выбрать один ответ (или несколько ответов) и отметить его знаком ✓ в отведённом месте. В других нужно обвести цифру рядом с ответом, который ты считаешь верным.

В некоторых заданиях требуется подчеркнуть в тексте несколько слов или предложений, записать краткий ответ в виде чисел или слов в отведённом месте. В других заданиях требуется записать решение или объяснение своего ответа.

Внимательно читай задания!

Одни задания покажутся тебе лёгкими, другие — трудными. Если ты не знаешь, как выполнять задание, пропусти его и переходи к следующему. Если останется время, ты сможешь ещё раз попробовать выполнить пропущенные задания.

Если ты ошибся и хочешь исправить свой ответ, то зачеркни его и отметь или запиши тот ответ, который считаешь верным.

Желаем успеха!



ОБВОДИМ ЛИНИИ И ОБХОДИМ МОСТЫ

Прочитай текст и выполни задания 1–11

Задача о кёнигсбергских мостах

Город Кёнигсберг был расположен на берегах и двух островах реки Преголь. Четыре части города были соединены семью мостами (рис. 1).



Рис. 1

Совершая прогулки в воскресные дни, горожане долго спорили, как пройти по всем мостам, не проходя ни по одному из них дважды. Многие пытались решить эту задачу теоретически, но доказать или опровергнуть возможность существования такого маршрута никто не мог. Долго бы продолжались эти споры жителей города, если бы через Кёнигсберг не проезжал великий швейцарский и российский математик Леонард Эйлер. Это было в 1736 году. Он и разрешил спор горожан: невозможно пройти по всем мостам, не проходя ни по одному из них дважды.

Чтобы найти решение задачи, он создал схематический рисунок, который почти через 200 лет после этого получил название графа. На рисунке 2 изображены две схемы кёнигсбергских мостов, на которых берега реки обозначены буквами *A* и *D*, острова — буквами *B*, *C*. Но на рисунке *б*) берега и острова заменены точками, а мосты — линиями. Это и есть граф кёнигсбергских мостов.



Портрет Л. Эйлера,
худ. Э. Хандманн, 1756 г.

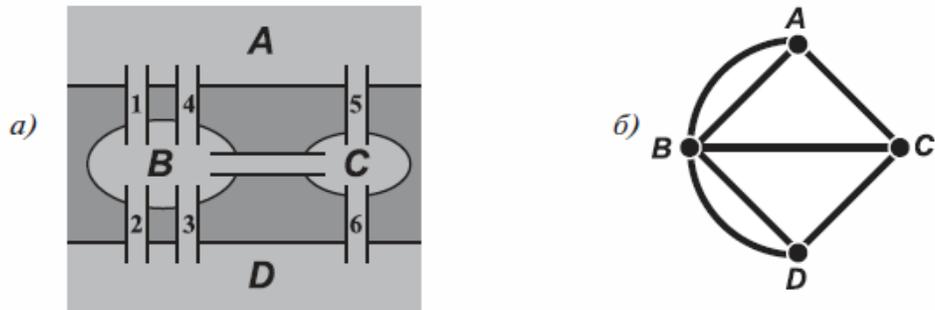


Рис. 2

Граф — это схема, состоящая из точек и соединяющих эти точки отрезков или дуг. Созданная Эйлером теория графов нашла очень широкое применение в транспортных и коммуникационных системах, например, для составления оптимальных маршрутов доставки грузов или определения маршрута следования данных в Интернете.

Задача о рисовании одним росчерком

Задача о кёнигсбергских мостах положила начало вычерчиванию линий одним росчерком.

Где начать движение? Попробуем линию, изображённую на рисунке 3а, обвести *одним росчерком*, т. е. не отрывая карандаша от листа бумаги и не проходя по одной и той же части линии более одного раза.

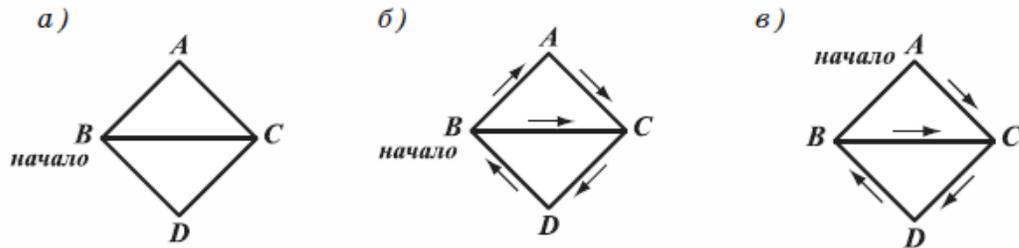


Рис. 3

Фигура эта имеет интересную особенность. Если мы начнём движение из узла *B*, то у нас это обязательно получится. Один из вариантов обводки показан на рисунке 3б.

А что будет, если мы начнём движение из узла *A*? Легко убедиться, что обвести линию в этом случае не удастся: у нас всегда будут оставаться непройденные отрезки, добраться до которых уже невозможно. Одна неудачная попытка обводки показана на рисунке 3в.

«Неудачный» обход. А теперь попробуйте обвести одним росчерком линию, изображённую на рисунке 4. Вам это сделать не удалось! Почему? Вы не смогли найти нужный узел? Нет! Дело в том, что это невозможно.

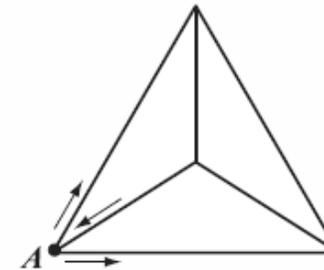


Рис. 4

Проведём рассуждения, которые убедят нас в этом.

Начнём обходить линию с узла A . Из него выходят три отрезка. Чтобы пройти по каждому из этих отрезков, мы должны выйти из узла A по одному из них, в процессе обводки обязательно вернуться в него по другому отрезку и тут же выйти по третьему. А вот снова войти в этот узел мы уже не сможем! Значит, если начать движение из узла A , то закончить в нём не удастся.

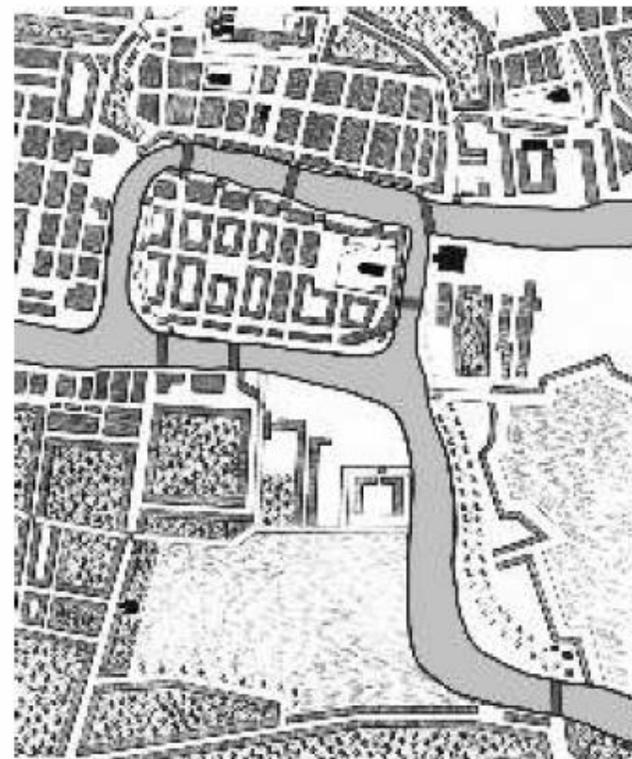
Допустим теперь, что узел A не является началом. Тогда в процессе обводки мы должны войти в него по одному из отрезков, выйти по другому и снова вернуться по третьему. А так как выйти из него мы уже не сможем, то узел A в этом случае должен являться концом.

Итак, узел A должен быть или начальным, или конечным узлом вычерчивания.

Но про три других узла нашей линии можно сказать то же самое. Однако как начальным узлом, так и конечным может быть только один из этих узлов. А значит, обвести эту линию одним росчерком невозможно.

Линию нельзя обвести одним росчерком, если она содержит более двух узлов, в которых сходится нечётное число отрезков.

1. В тексте сказано, что город Кёнигсберг был разделён на четыре части, соединённые семью мостами. На старинном плане города Кёнигсберга обведи все городские мосты и обозначь буквами A , B , C и D четыре части города.



2. На какой из приведённых ниже вопросов **нельзя** ответить, используя информацию из текста «Задача о кёнигсбергских мостах»? Обведи номер выбранного ответа.

- 1) Кому из учёных удалось найти решение задачи о кёнигсбергских мостах?
- 2) Какие решения задачи предлагали жители Кёнигсберга?
- 3) В каких отраслях находит применение теория графов?
- 4) Что представляет собой граф?

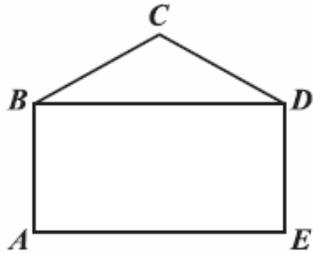
3. Какие из приведённых ниже утверждений важны для объяснения связи двух задач: о кёнигсбергских мостах и о рисовании одним росчерком, а какие неважны? Обведи в таблице «Важно» или «Неважно» для каждого утверждения.

Утверждения	Важно или неважно для объяснения связи двух задач?	
	Важно	Неважно
1. Начало вычерчиванию линий одним росчерком положила задача о кёнигсбергских мостах.	Важно	Неважно
2. Для решения этих задач используется один и тот же метод, основанный на использовании графов.	Важно	Неважно
3. Задачу о кёнигсбергских мостах можно решить, если попытаться обвести граф города одним росчерком.	Важно	Неважно

4. Ты начал(-а) движение из узла *B* (рис. 3а). Где ты закончишь движение? Обведи номер выбранного ответа.

- 1) в узле *A* 2) в узле *B* 3) в узле *C* 4) в узле *D*

5. Линию, изображённую на рисунке, можно обвести одним росчерком.

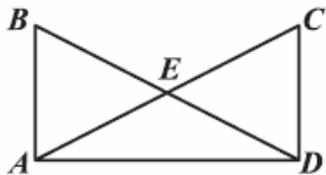


А. Выпиши все узлы этой линии, начав с которых, её можно обвести одним росчерком.

Ответ: _____

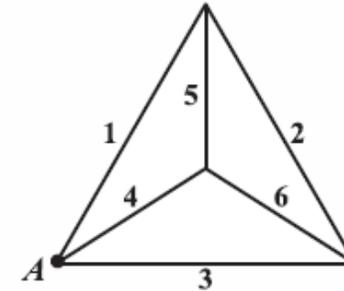
Б. Обведи эту линию одним росчерком, отметь начало движения и покажи стрелками направление движения.

6. Запиши, сколько нечётных узлов у фигуры, изображённой на рисунке.



Ответ: _____

7. Николай утверждает, что он нашёл способ обхода фигуры, изображённой на рисунке. Он отметил начало обхода — вершину А — и порядок прохождения вершин. Объясни, в чём его ошибка.

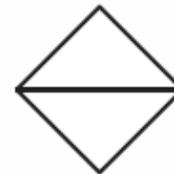


8. Дано **неверное** утверждение.

Если линию можно обвести одним росчерком, то её начало и конец должны находиться в одном и том же узле.

Обведи номер рисунка, который опровергает это утверждение.

1)



2)



3)



4)



ФАЗАНЫ И КРОЛИКИ, СПУСК И ПЕРЕБОР

Прочитайте текст и выполните задания 20—30

Предлагаем вам решить задачу на старинный сюжет.

Задача 1. В клетке сидят фазаны и кролики, всего у них 18 ног. Нужно узнать, сколько в клетке тех и других.



y	1	2	3	4
x	7	5	3	1

Таким образом, задача имеет четыре решения: (7; 1), (5; 2); (3; 3); (1; 4).

Подобные уравнения встречаются часто. Особенность их состоит в том, что уравнение содержит две или более переменных, и требуется найти все целые или натуральные их решения. Эти уравнения рассматривались ещё в глубокой древности. Уравнениями в целых числах много занимался древнегреческий учёный Диофант Александрийский (III век н. э.), автор «Арифметики» — книги, посвящённой решению алгебраических уравнений. Нередко о нём говорят как об отце алгебры.

Он изобрёл большое число способов решения подобных уравнений, поэтому их часто называют *диофантовыми уравнениями*.

Решение. Составляется уравнение с двумя переменными, в котором x — число фазанов, y — число кроликов: $2x + 4y = 18$, или $x + 2y = 9$.

Выразим x через y : $x = 9 - 2y$.

Далее воспользуемся методом перебора; будем задавать значения y и вычислять значения x :

9. Среди орнаментов, изображённых на рисунке, найди тот, который **нельзя** обвести одним росчерком. Обведи номер выбранного ответа.

1)



2)



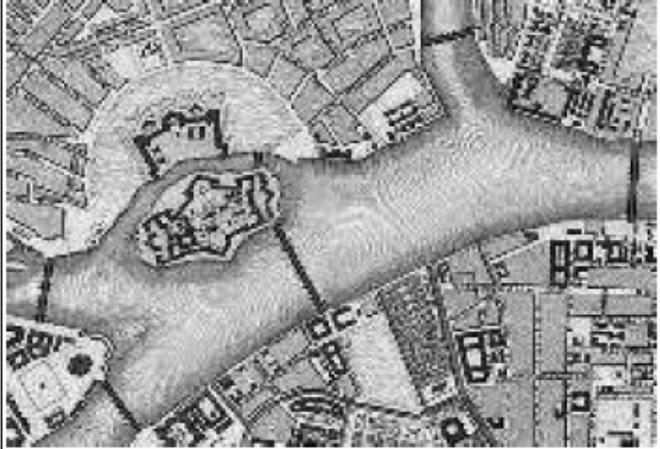
3)



4)



10. На плане изображена центральная часть г. Санкт-Петербурга. Используя данный план, нарисуй соответствующий ему граф.

План	Граф
	

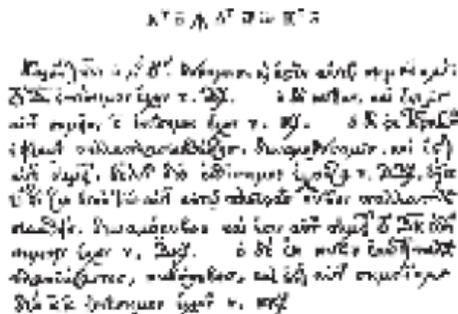
11. Используя нарисованный в предыдущем задании граф, объясни, можно ли прогуляться по всем петербургским мостам, изображённым на плане, не проходя ни по одному из них дважды.

Да, можно, потому что _____

Нет, нельзя, потому что _____



Диофант
Александрийский



Лист из «Арифметики» Диофанта (рукопись XIV века).
В верхней строке записано уравнение: $x^3 \cdot 8 - x^2 \cdot 16 = x^3$

Перебор вариантов при нахождении натуральных решений уравнения с двумя переменными оказывается весьма трудоёмким. Кроме того, если уравнение имеет *целые* решения, то перебрать их невозможно, так как таких решений бесконечное множество. Поэтому покажем ещё один старинный приём — *метод спуска*.

Задача 2. Решим уравнение $7x - 11y = 36$.

Это линейное уравнение с двумя переменными. Выразим из этого уравнения ту переменную, коэффициент при которой по модулю меньше, то есть переменную x : $x = \frac{36+11y}{7}$.

Выделив целую часть, получим

$$x = 5 + y + \frac{1+4y}{7}.$$

Чтобы значение дроби $\frac{1+4y}{7}$ было целым числом, надо чтобы $1+4y$ было кратно 7, то есть $1+4y = 7z$, где z — целое число. Мы получили новое уравнение с двумя переменными, коэффициенты которого по модулю меньше коэффициентов первого уравнения. Будем продолжать таким же образом и выразим из него переменную y :

$$y = \frac{7z-1}{4} = z - 1 + \frac{3z+3}{4}.$$

Потребуем, чтобы $3z+3$ было кратно 4, то есть чтобы выполнялось условие $3z+3 = 4u$, где u — целое число. Отсюда

$$z = \frac{4u-3}{3} = u - 1 + \frac{u}{3}.$$

Теперь потребуем, чтобы u было кратно 3:

$$u = 3v, \text{ где } v \text{ — целое число.}$$

Дробей больше нет. «Спуск» закончен, и надо «подняться вверх», выразив x и y через v . Имеем: $z = 4v - 1$; $y = 7v - 2$; $x = 11v + 2$.

Таким образом, $x = 11v + 2$, $y = 7v - 2$. Придавая в этих равенствах v целые значения, будем получать целые решения нашего уравнения. Очевидно, что их будет бесконечное множество. Если требуется найти натуральные решения, то надо наложить дополнительное условие: $11v + 2 > 0$ и $7v - 2 > 0$.

Полезно подчеркнуть, что уравнение вида $ax + by = c$, где a , b , c — целые числа, не всегда имеет целые решения. Например, не имеет целых

решений уравнение $6x + 20y = 11$. В самом деле, коэффициенты a и b — числа 6 и 20 — имеют общий делитель 2, а коэффициент c — число 11 — на него не делится. Поэтому, какие бы целые числа мы ни подставляли вместо x и y , слева всегда будет число, кратное 2, а справа — нет. Так что равенство невозможно.

Завершим формулировкой признака невозможности решения линейного уравнения с двумя переменными с целыми коэффициентами в целых числах. Этот признак звучит следующим образом: если в уравнении с целыми коэффициентами вида $ax + by = c$ коэффициенты при неизвестных x и y имеют общий делитель, а свободный член c на этот делитель не делится, то уравнение не имеет целых решений.

Примечание. При выполнении заданий можно использовать калькулятор.

20. На основе прочитанного текста сформулируйте определение «диофантово уравнение».

Диофантово уравнение — это _____

21. Какое уравнение записано?

$$K^T \bar{y} \wedge \Delta^T \bar{c} \leq K^T \bar{a}.$$

Ответ: _____

23. Решая задачу о фазанах и кроликах, Илья выразил y через x : $y = \frac{y-x}{2}$. Далее он получил такую таблицу:

y	1	2	3	4	5	6	7
x	4	—	3	—	2	—	1

Объясните, почему в некоторых ячейках таблицы он поставил прочерк.

Объяснение: _____

24. Представьте, что вам надо объяснить другу, в чём суть метода спуска. Дайте краткое объяснение.

Объяснение: _____

25. Составьте своё линейное уравнение с целыми коэффициентами, которое не имеет целых решений.

Ответ: _____

26. Какой использовался метод при решении задачи о фазанах и кроликах?

Ответ: _____

27. В целых числах решают не только линейные уравнения. Древнейшей задачей такого рода является задача о натуральных решениях уравнения $x^2 + y^2 = z^2$. Её называют задачей о пифагоровых тройках. Простейшее её решение — хорошо известная тройка чисел $x = 3$, $y = 4$, $z = 5$. Но существует много других пифагоровых троек. Более того, известны формулы, по которым они могут быть найдены. Эти формулы таковы:

$$x = 2mn, y = m^2 - n^2, z = m^2 + n^2,$$

где m и n — целые числа и $m > n$.

В таблице ниже приведены некоторые пифагоровы тройки. Заполните одну из пустых клеток таблицы.

$m \backslash n$	1	2	3	4	5
2	$x = 4,$ $y = 3,$ $z = 5$	—	—	—	—
3	$x = 8,$ $y = 6,$ $z = 10$	$x = 12,$ $y = 5,$ $z = 13$	—	—	—
4			$x = 24,$ $y = 7,$ $z = 25$	—	—
5				$x = 40,$ $y = 9,$ $z = 41$	—

Прочитайте текст и выполните задания 28—30

В данном выше тексте речь шла об уравнении с целыми коэффициентами. А что если коэффициенты — дробные числа? Прочитайте следующую информацию.

Рассмотрим уравнение с *дробными* коэффициентами: $1,2x + 0,9y = 3$. Умножим обе части уравнения на 10 и получим уравнение с *целыми* коэффициентами, имеющее те же решения: $12x + 9y = 30$. Далее обе части полученного уравнения можно разделить на 3, получим уравнение $4x + 3y = 10$, равносильное первому. Ясно, что точно так же можно поступить и в общем случае: если какие-либо коэффициенты уравнения — *дробные числа*, то, умножив обе части уравнения на общий знаменатель этих чисел, мы получим уравнение с *целыми коэффициентами*, имеющее те же решения, что и первое; более того, если эти целые коэффициенты имеют общий множитель, то обе части уравнения можно разделить на этот общий множитель, и мы получим уравнение, в котором коэффициенты a , b и c — взаимно простые числа.

28. Сведите уравнение $\frac{x}{12} + \frac{x}{6} = 1$ к уравнению с целыми коэффициентами и решите его.

Ответ: _____

29. Всегда ли уравнение с дробными коэффициентами можно свести к уравнению с целыми коэффициентами? Отметьте свой ответ знаком ✓. Объясните ответ, используя фразу из прочитанного текста.

Да

Нет

Обоснование: _____

30. Диофант был первым греческим математиком, который рассматривал дроби наравне с другими числами. Наверное, именно поэтому ему посвящена следующая эпитаграмма-задача, известная с X века.

Прах Диофанта гробница покоит; дивись ей и камень —
Мудрым искусством его скажет усопшего век.
Волей богов шестую часть жизни он прожил ребёнком
И половину шестой встретил с пушком на щеках.
Только минула седьмая, с подругой он обручился;
С нею пять лет проведя, сына дождался мудрец:
Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил,
Отнят он был у отца ранней могилой своей.
Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе,
Тут и увидел предел жизни печальной своей.

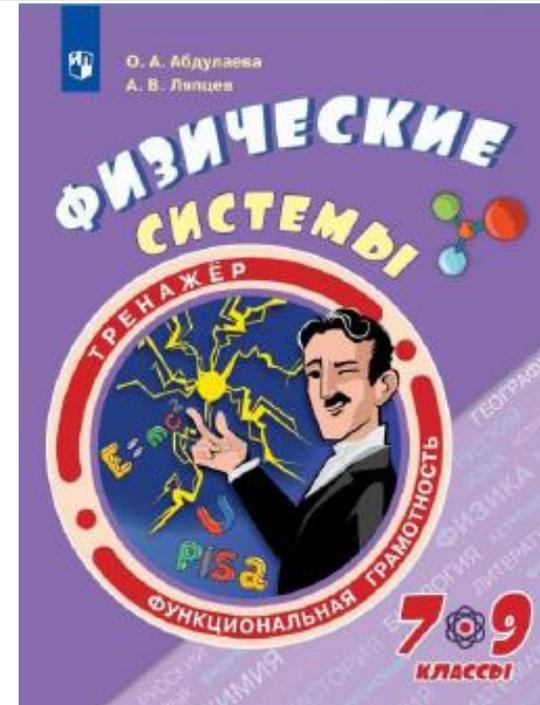
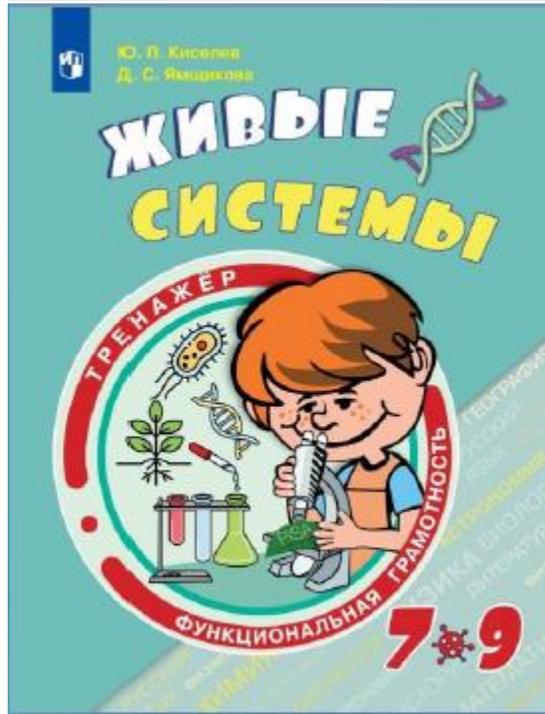
(Пер. С. Н. Боброва)

Эта эпитаграмма-задача эквивалентна решению следующего уравнения:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4.$$

Сколько лет прожил Диофант?

Ответ: _____



- Помогают формировать умение осознанно использовать полученные в ходе обучения знания для решения жизненных задач, развивают активность и самостоятельность учащихся, вовлекают их в поисковую и познавательную деятельность.
- Содержат разнообразные практико-ориентированные задания, позволяющие школьникам подготовиться к участию в международных исследованиях качества образования. Приведены примеры их решений и ответы.
- Могут использоваться учителями математики, русского языка, обществознания, биологии, физики и химии на уроках, во внеурочной деятельности, в системе дополнительного образования, семейного образования.

Серия «Функциональная грамотность. Тренажеры»

Функциональная грамотность. Тренажеры



Помогают формировать умение осознанно использовать полученные в ходе обучения знания для решения жизненных задач, развивают активность и самостоятельность учащихся, вовлекают их в поисковую и познавательную деятельность.

Содержат разнообразные практико-ориентированные задания, позволяющие школьникам подготовиться к участию в международных исследованиях качества образования. Приведены примеры их решений и ответы.

Могут использоваться учителями математики, русского языка, обществознания, биологии, физики и химии на уроках, во внеурочной деятельности, в системе дополнительного образования, семейного образования.

**Готовятся к печати
в декабре 2019 г.**

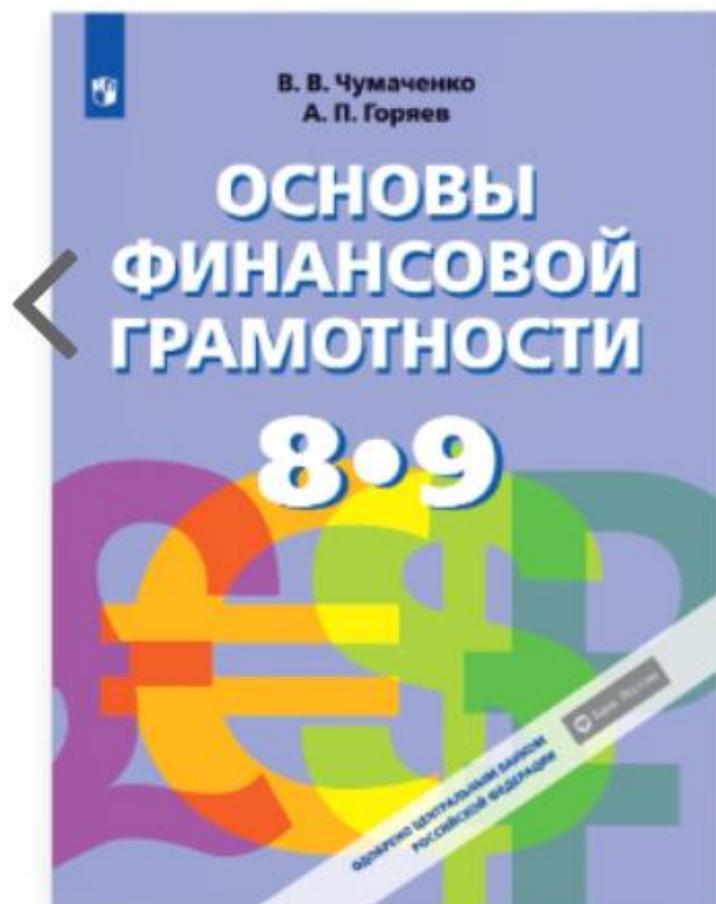
- Живые системы.
7–9 классы.
- Науки о Земле и Вселенной.
7–9 классы.
- Физические системы.
7–9 классы.

**Готовятся к печати
в начале 2020 г.**

- В поисках финансового равновесия.
6–8 классы.
- Многомерное чтение.
6–8 классы.

Финансовая грамотность

Главная задача курса — научить критически оценивать финансовые предложения с учетом их преимуществ и недостатков и делать осознанный выбор для достижения личных финансовых целей



В доступной и понятной форме изложены следующие темы:

- личное финансовое планирование, расходы и доходы семьи;
- способы сохранить и преумножить сбережения;
- кредитование и возможные риски;
- мобильные платежи и защита от мошенников;
- страхование;
- налоги;
- пенсия;
- защита от финансовых махинаций.

Состав УМК:

- учебник;
- рабочая тетрадь;
- методические рекомендации;
- электронная форма учебника.



Может использоваться на уроках, во внеурочной деятельности, в системе дополнительного образования

№ ФПУ 1.3.6.2.1.1

Серия «Задачники»

Функциональная грамотность. Задачники

Многофункциональные задачники:

- позволят учащимся существенно повысить уровень своей функциональной грамотности;
- содержат разнообразные тренировочные и проверочные задания и упражнения для текущего и итогового контроля знаний, а также творческие задания, позволяющие углубить знания по различным предметным областям и расширить кругозор;
- могут использоваться учителями математики, русского языка, обществознания, биологии, физики и химии на уроках, во внеурочной деятельности, в системе дополнительного образования, семейного образования.





▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.

На *рисунке 20* представлены различные виды развёрток трёхцветного куба.

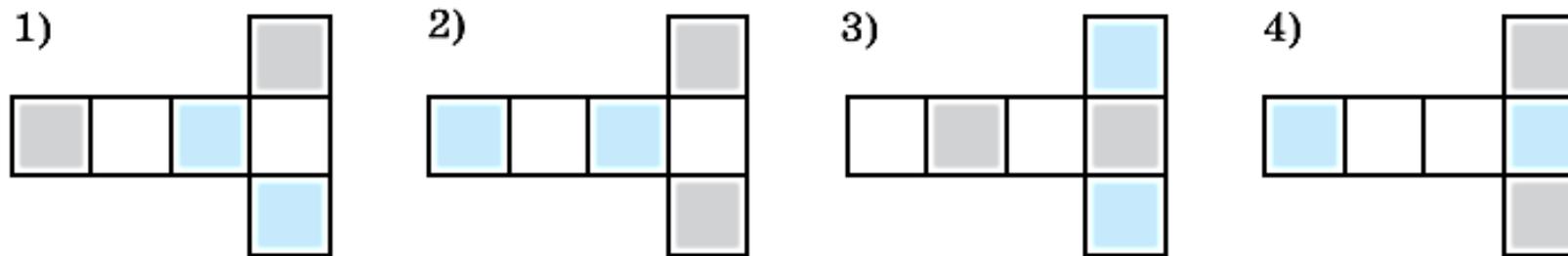
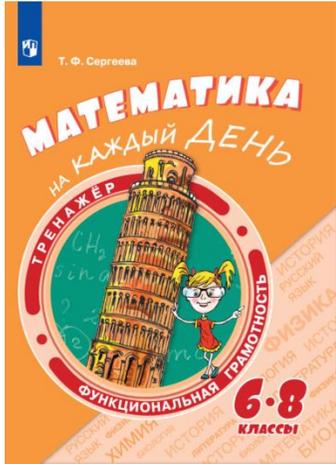
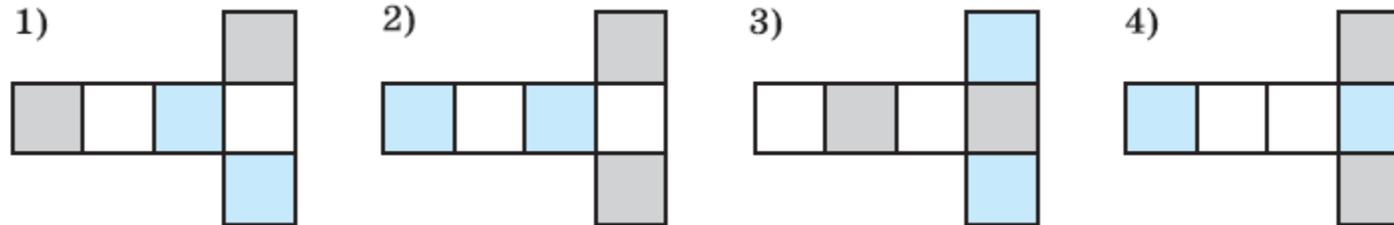


Рисунок 20

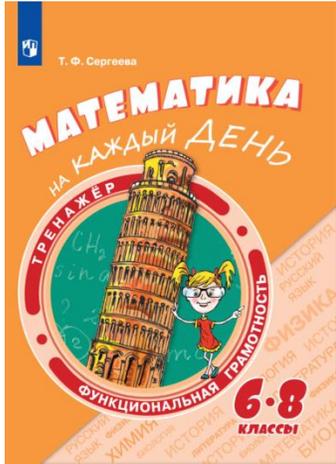


▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.

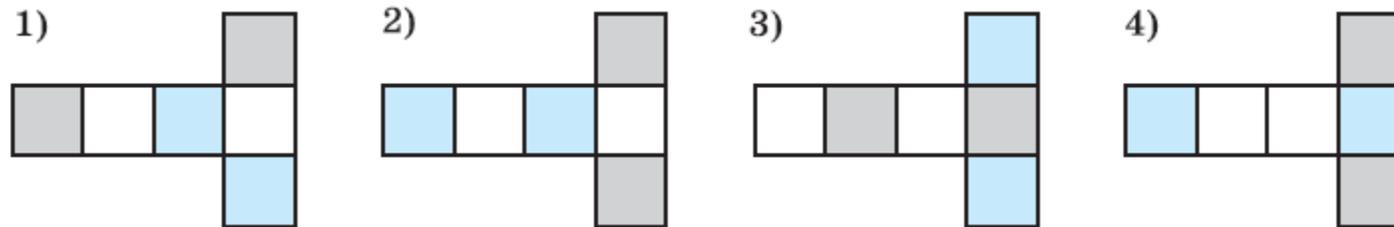


Вопрос 1. Из каких развёрток можно склеить коробку, отвечающую требованиям заказчика?



▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.



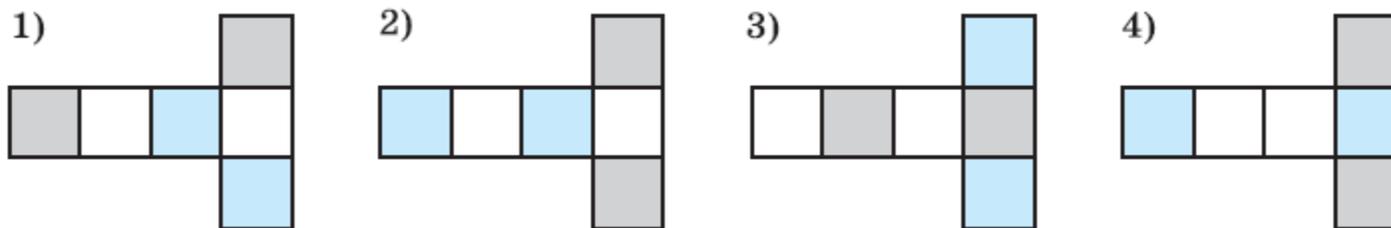
Вопрос 1. Из каких развёрток можно склеить коробку, отвечающую требованиям заказчика?

Ответ: 2 и 3



▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.

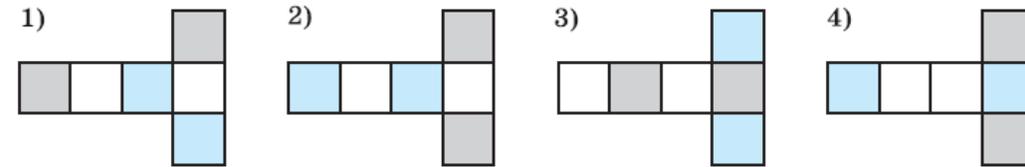


Вопрос 2. В упаковочную коробку должен поместиться набор деталей конструктора объёмом $0,064 \text{ м}^3$. Какими должны быть размеры коробки в форме куба, если между деталями конструктора и коробкой по длине, ширине и высоте должно оставаться свободное пространство в 2 см? Вычислите площадь поверхности коробки и её объём. Ответы округлите до тысячных.



▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.

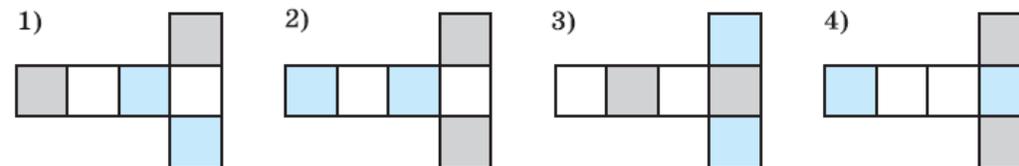


Вопрос 2. В упаковочную коробку должен поместиться набор деталей конструктора объёмом $0,064 \text{ м}^3$. Какими должны быть размеры коробки в форме куба, если между деталями конструктора и коробкой по длине, ширине и высоте должно оставаться свободное пространство в 2 см? Вычислите площадь поверхности коробки и её объём. Ответы округлите до тысячных.

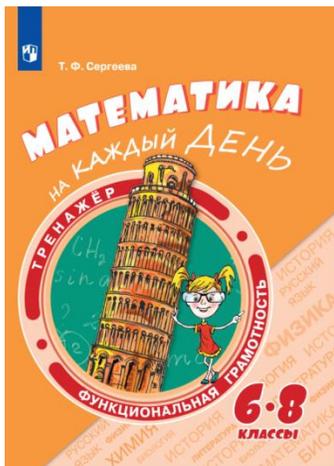


▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.

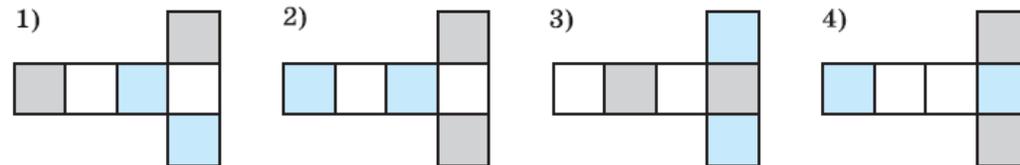


Вопрос 2. В упаковочную коробку должен поместиться набор деталей конструктора объёмом $0,064 \text{ м}^3$. Какими должны быть размеры коробки в форме куба, если между деталями конструктора и коробкой по длине, ширине и высоте должно оставаться свободное пространство в 2 см ? Вычислите площадь поверхности коробки и её объём. Ответы округлите до тысячных.

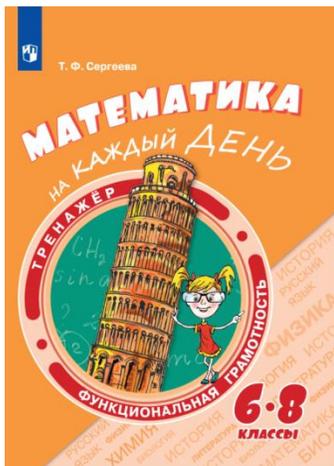


▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.

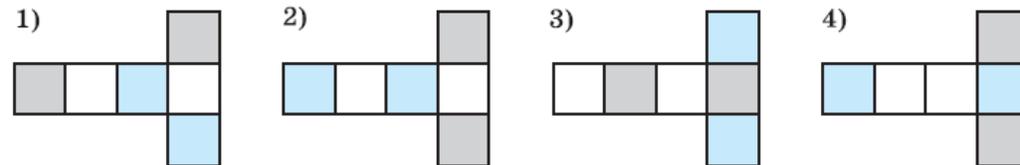


Вопрос 2. В упаковочную коробку должен поместиться набор деталей конструктора объёмом $0,064 \text{ м}^3$. Какими должны быть размеры коробки в форме куба, если между деталями конструктора и коробкой по длине, ширине и высоте должно оставаться свободное пространство в 2 см ? Вычислите площадь поверхности коробки и её объём. Ответы округлите до тысячных.

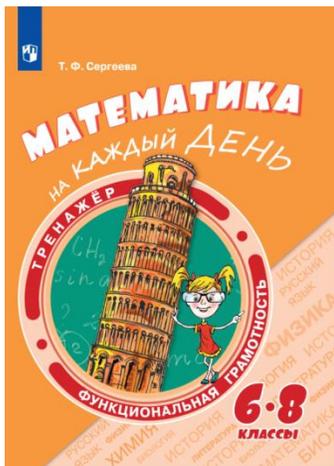


▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.

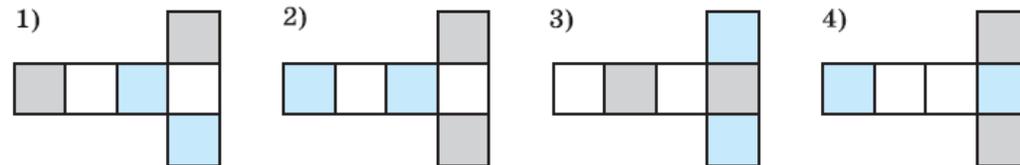


Вопрос 2. В упаковочную коробку должен поместиться набор деталей конструктора объёмом $0,064 \text{ м}^3$. Какими должны быть размеры коробки в форме куба, если между деталями конструктора и коробкой по длине, ширине и высоте должно оставаться свободное пространство в 2 см ? Вычислите площадь поверхности коробки и её объём. Ответы округлите до тысячных.

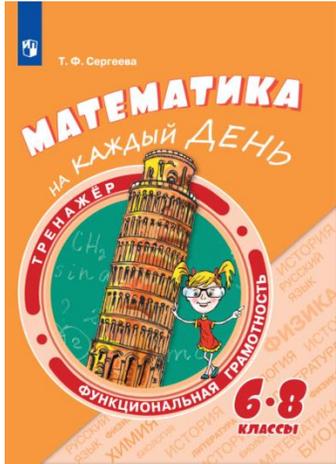


▶ УПАКОВКА

На фабрике по производству игрушек разработали новый конструктор, для которого нужно сделать упаковку. Производителям упаковки заказали трёхцветную коробку в форме куба, противоположные грани которой должны быть окрашены в одинаковый цвет.



Вопрос 2. В упаковочную коробку должен поместиться набор деталей конструктора объёмом $0,064 \text{ м}^3$. Какими должны быть размеры коробки в форме куба, если между деталями конструктора и коробкой по длине, ширине и высоте должно оставаться свободное пространство в 2 см ? Вычислите площадь поверхности коробки и её объём. Ответы округлите до тысячных.

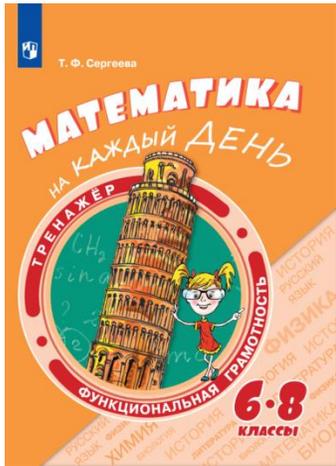


▶ УПАКОВКА

Вопрос 3. Производители предложили три варианта упаковки

Статья расходов	Стоимость листа картона 1250 мм x 1200 мм		
	Картон малой плотности	Картон средней плотности	Плотный картон
Картон	30 р.	32 р.	40 р.
Другие расходные материалы	30 % от стоимости картона		
Работы по изготовлению упаковки			

Рассчитайте стоимость каждого варианта упаковки.
Результаты округлите до сотых.

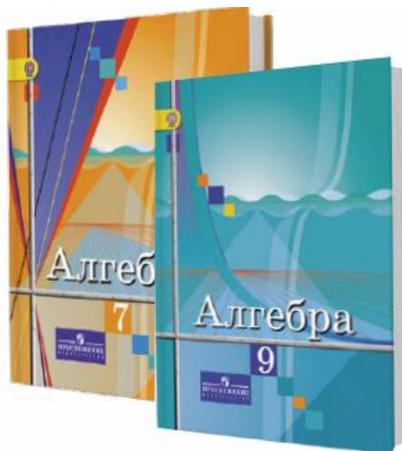


▶ УПАКОВКА

Вопрос 3. Производители предложили три варианта упаковки

Статья расходов	Стоимость листа картона <u>1250 мм x 1200 мм</u>		
	Картон малой плотности	Картон средней плотности	Плотный картон
Картон	<u>30 р.</u>	<u>32 р.</u>	<u>40 р.</u>
Другие расходные материалы	<u>30 % от стоимости картона</u>		
Работы по изготовлению упаковки			

Рассчитайте стоимость каждого варианта упаковки.
Результаты округлите до сотых.



7 класс

Диалог об истории

Геометрия помогает алгебре



В начале главы мы вспомнили немало формул, знакомых вам ещё из курса математики 6 класса. Учёные с древних времён наблюдали за взаимосвязями различных величин и пытались описывать эти связи формулами. Та формула, с которой я хочу вас познакомить, требует предварительного рассказа о тесной связи алгебры, арифметики и геометрии.

В Древней Греции ученики *Пифагора* (ок. 570 г. до н. э. — ок. 500 г. до н. э.) не только занимались геометрией, но и развивали учение о числе с помощью геометрических фигур. Числа они изображали в виде точек (иногда выкладывали их камешками), группируя их в разные фигуры. Так появились *квадратные числа*: 1, 4, 9, 16, 25, ... На рисунке они изображены камешками, выложенными в форме квадратов. При этом число N всех камешков n -го по порядку квадратного числа находится по формуле $N = n^2$, где n — число камешков на одной стороне квадрата.

Квадратные числа



Значит, у древних греков были и другие «многоугольные» числа?



Ты права. Были, например, *треугольные числа*: 1, 3, 6, 10, 15, ... На рисунке они изображены камешками, выложенными в форме треугольников. Формула числа камешков N в n -м по порядку треугольном числе имеет вид

$$N = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Треугольные числа



Значит, я легко могу найти, например, сотое по порядку треугольное число. Подсчитаю: $N = \frac{100 \cdot (100 + 1)}{2} = 50 \cdot 101 = 5050$.



И другие фигурные числа составляли учёные. Геометрическое представление чисел помогало греческим учёным, таким, как *Эратосфен* (ок. 276 г. до н. э. — 194 г. до н. э.), *Диофант* и др., изучать свойства чисел. Например, *Диофант* нашёл формулу, связывающую треугольные и квадратные числа: если обозначить некоторое треугольное число буквой T , то число $8T + 1$ обязательно будет некоторым квадратным числом. Например, умножая четвёртое треугольное число $T = 10$ на 8 и прибавляя 1, получим 81, что является девятым квадратным числом ($81 = 9^2$). Справедливость формулы *Диофанта* $8T + 1 = k$, где k — некоторое квадратное число, проверьте самостоятельно на первых 10 треугольных числах.



8 класс

Замена неизвестных

Это интересно



Вы познакомились с применением замены $x^2 = t$ для представления биквадратного уравнения в виде квадратного. В 7 классе методом замены неизвестных вы пользовались при решении систем уравнений, сводящихся к линейным. Например, систему

$$\begin{cases} \frac{10}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 3, \\ \frac{7}{x+y} - \frac{6}{x-y} = 2 \end{cases}$$

после замены $\frac{1}{x+y} = u$ и $\frac{1}{x-y} = v$ обращали в систему линей-

ных уравнений: $\begin{cases} 10u - 4v = 3, \\ 7u - 6v = 2. \end{cases}$



Думаю, что мы освоили это ствуют ли какие-нибудь уравнения, но также сводящи



Конечно, существуют. Думаю, что после рассмотрения одного из них вы сможете сами конструировать интересные уравнения, приводящие к решению квадратных уравнений. Решим, например, такое уравнение:

$$(2x - 1)(2x + 3)(3x - 2)(3x + 4) = 35.$$

► Умножим в его левой части первую скобку на последнюю, а вторую — на третью. Получим уравнение

$$(6x^2 + 5x - 4)(6x^2 + 5x - 6) = 35.$$

Сделаем замену: $6x^2 + 5x - 5 = y$. Тогда уравнение примет вид

$$(y - 1)(y + 1) = 35 \text{ или } y^2 = 36.$$

Корнями этого уравнения являются $y = -6$ и $y = 6$. Возвращаясь к неизвестному x и решая уравнения

$$6x^2 + 5x - 5 = -6 \text{ и } 6x^2 + 5x - 5 = 6,$$

найдем: $x_1 = -\frac{1}{2}$, $x_2 = -\frac{1}{3}$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1\frac{5}{6}$. ◀



9 класс

Условия постановки случайного опыта



Профессор, почему в тексте параграфа при описании различных событий всякий раз говорится об условиях, в которых эти события происходят? Разве нельзя сказать просто: «Появление 6 очков — случайное событие»?



Скажи, пожалуйста, а если ставится опыт с бросанием монеты, то по отношению к этому опыту «появление 6 очков» тоже будет случайным событием?



Конечно, нет. Понятно же, что когда говорят о появившемся числе очков, то имеют в виду, что брошена игральная кость.



Допустим, что брошена вовсе не игральная кость, а прочитаны очки, например, на костяшке домино. Шесть очков могли появиться и после раскручивания рулетки. А бросить могли, к примеру, не одну, а две игральные кости...



Поняла: нужно всегда уточнять условия опыта, в котором рассматривается то или иное событие.



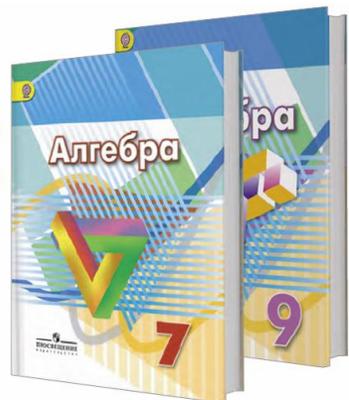
Хочу, чтобы вы до конца поняли, о каких опытах идёт речь при изучении теории вероятностей. Рассматриваются *случайные опыты (случайные эксперименты)*, которые можно производить при неизменных условиях сколько угодно раз и результат каждого из которых заранее не известен. К таким опытам относятся опыты с бросанием монет и игральных костей; изъятие карт из колоды, костяшек домино из набора, схожих предметов из коробки (ящика) и т. п.



Профессор, при изучении параграфа мне было непонятно: почему, например, при бросании монеты не рассматривался исход «монета встала на ребро»?



Потому что в теории вероятностей рассматриваются так называемые *математические монеты* — идеальные монеты, лишённые многих качеств реальных монет. Считается, что математическая монета имеет только две стороны. Такая монета имеет равные шансы упасть *орлом* и *решкой* вверх, не может ни укатиться, ни потеряться, ни встать на ребро.



7 класс

б) Из формулы объёма пирамиды $V = \frac{Sh}{3}$ (рис. 2.7) выразите h и S .

150 Из физической формулы выразите переменную m :

а) $\rho = \frac{m}{V}$; в) $Q = cmt$;

б) $a = \frac{F}{m}$; г) $E = \frac{mv^2}{2}$.

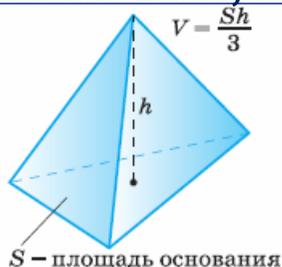


Рис. 2.7

ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ (151–152)

151 Наблюдатель во время грозы считает, сколько секунд (t) прошло между вспышкой молнии и раскатом грома, и определяет, на каком расстоянии (S) он находится от эпицентра грозы. Составьте формулу для вычисления этого расстояния в километрах, если известно, что звук распространяется в воздухе со скоростью 330 м/с. Определите по этой формуле, на каком расстоянии от эпицентра грозы вы находитесь, если между вспышкой молнии и громом вы насчитали 6 с.

152 За время t человек, длина шага которого равна l , сделал n шагов. Составьте формулу, выражающую зависимость его скорости v от переменных t , l и n . Найдите по этой формуле скорость пешехода, выразив её в метрах в минуту и в километрах в час, если длина его шага 60 см и за 5 мин он сделал 700 шагов.

ПРИМЕНЯЕМ АЛГЕБРУ (153–155)

153 Олег живёт в многоэтажном доме. Он сосчитал число ступенек, ведущих от входа в подъезд к площадке каждого из первых пяти этажей, и составил таблицу. Если бы Олег продолжил заполнение таблицы, какое число он записал бы в клетке, соответствующей 6-му этажу? 10-му этажу? Составьте формулу, выражающую зависимость числа ступенек N от этажа n . Какие значения могут принимать переменные n и N ? Найдите N , если $n = 15$.



Этаж	1	2	3	4	5
Число ступенек	5	21	37	53	69

154 Электропоезд проходит расстояние между соседними километровыми столбами за 1,5 мин. На сколько километров в час надо увеличить скорость, чтобы сократить это время на полминуты?

155 Легкоатлеты в процессе тренировки вырабатывают скоростную выносливость, увеличивая скорость во время бега. Например, бегун на дистанции 1500 м пробежал первые 250 м за 50 с, следующие 500 м за 95 с и оставшиеся 750 м за 140 с. Какую скорость (в км/ч) развил этот бегун на каждом из участков дистанции? (Ответы округлите до десятых. Воспользуйтесь калькулятором.)

ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ (156–158)

156 Процент p уценки вещи может быть вычислен по формуле $p = 100\left(1 - \frac{r}{s}\right)$, где s — старая цена, а r — новая цена. Вычислите, на сколько процентов уценили книгу, если её цену снизили с 80 р. до 75 р. 50 к. (Ответ округлите до десятых.)

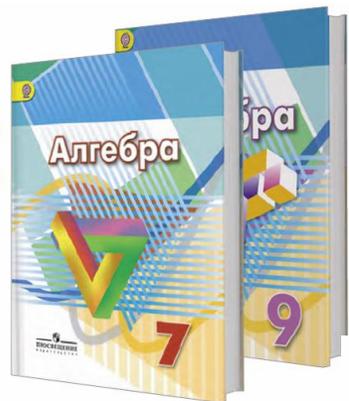
157 Размер обуви зависит от длины стопы. Существуют формулы, выражающие эту зависимость для мужских и женских размеров, принятых в некоторых англоговорящих странах: для мужской обуви $s = 3l - 26$ и для женской обуви $s = 3l - 22$, где s — размер обуви, l — длина стопы в дюймах. Какой английский размер подходит Наташе, если длина стопы у неё равна 30 см, и Игорю, если у него длина стопы — 35 см? (1 дюйм \approx 2,5 см.)

158 В нашей стране и в США для приближённой прикидки нормального веса взрослого человека пользуются разными формулами:

в России: $P = H - 100$, где P — вес в килограммах, H — рост в сантиметрах;

в США: $W = \frac{11}{2}H - 220$, где W — вес в фунтах, H — рост в дюймах.

Определите, какой вес считается нормальным в России и в США для человека ростом 180 см. Сравните полученные результаты. (1 фунт \approx 0,454 кг, 1 дюйм \approx 2,54 см. Воспользуйтесь калькулятором.)



9 класс

Дополнительные задания

● Статистические исследования

790 Девятиклассники отгадывали кроссворд (каждый самостоятельно). После этого они сравнили число неразгаданных слов. Данные представлены в таблице на с. 320.

- Для каждого количества неразгаданных слов составьте таблицу частот.
- Постройте полигон частот.
- Найдите процент ребят, не разгадавших более двух слов.
- Найдите среднее число неразгаданных слов в кроссворде.

Имя	Вася	Петя	Валя	Катя	Гена	Аня	Гоша	Вера	Оля
Число неразгаданных слов	3	2	1	2	4	3	1	2	3
Имя	Дима	Галя	Паша	Таня	Зоя	Боря	Лена	Тоня	Ваня
Число неразгаданных слов	3	2	4	3	2	4	2	1	3

791 Известно, что О — самая распространённая гласная в русском языке. Прочтите отрывок из петербургской повести А. С. Пушкина «Медный всадник»:

На берегу пустынных волн
Стоял он, дум великих полн,
И вдаль глядел. Пред ним широко
Река неслася; бедный чёлн
По ней стремился одиноко.
По мшистым, топким берегам
Чернели избы здесь и там,
Приют убогого чухонца;
И лес, неведомый лучам
В тумане спрятанного солнца,
Кругом шумел.

И думал он:
Отсель грозить мы будем шведу,
Здесь будет город заложен
Назло надменному соседу.
Природой здесь нам суждено
В Европу прорубить окно,
Ногою твёрдой стать при море.
Сюда по новым им волнам
Все флаги в гости будут к нам,
И запируем на просторе.

а) Подсчитайте частоту каждой гласной в этом отрывке. Подтверждают ли ваши результаты правильность утверждения, приведённого в условии задачи?

б) Постройте полигон частот появления гласных в этом отрывке.
в) Сравните частоты гласных У и И, гласных А и Е в приведённом отрывке.

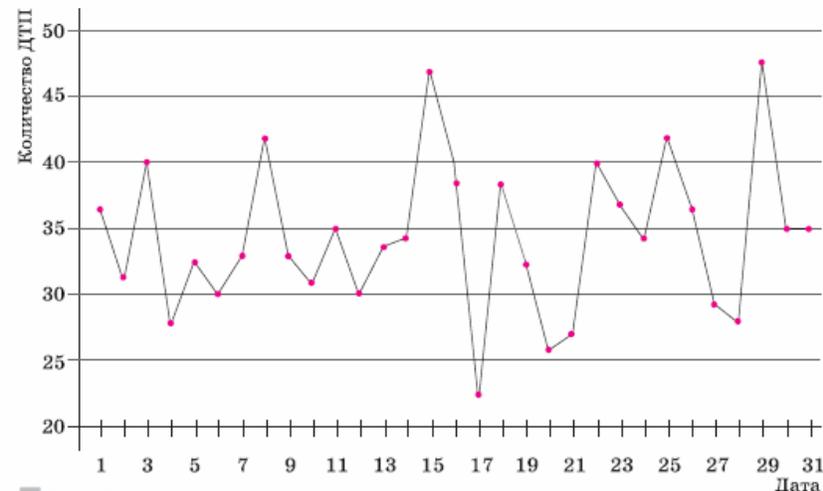
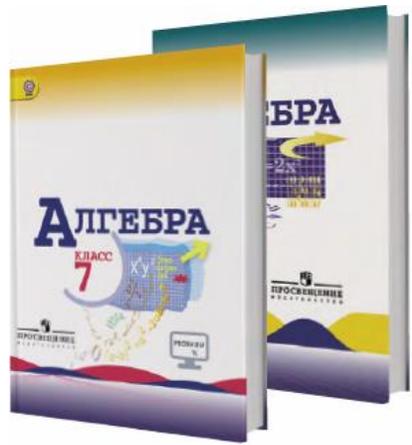


Рис. 5.10

792 На рисунке 5.10 изображён график, показывающий ежедневное количество дорожно-транспортных происшествий (ДТП) на улицах города Новинска в январе текущего года.

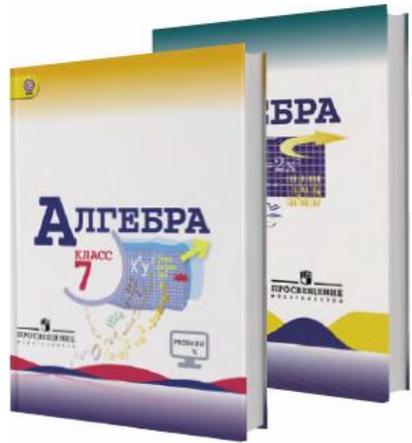
- Постройте по этим данным интервальную таблицу частот, разбив диапазон значений от 20 до 50 на 6 равных интервалов.
- Нарисуйте гистограмму частот.
- Определите среднее количество ДТП в день.



184. (Задача-исследование.) Средний возраст сотрудников отдела компьютерной вёрстки, в котором работали 12 человек, составлял 30,5 года. После того как из отдела уволился двадцатилетний Олег и на его место пришёл Игорь, средний возраст сотрудников отдела стал составлять 31 год. Сколько лет Игорю?

- 1) Выскажите предположение о возрасте Игоря.
- 2) Найдите первоначальную сумму возрастов сотрудников отдела.
- 3) Обозначив возраст Игоря через x (лет), найдите, какой стала сумма возрастов сотрудников отдела.
- 4) Выразите через x , каким стал средний возраст сотрудников отдела.
- 5) Составьте уравнение и решите его.
- 6) Подтвердилось ли ваше предположение о возрасте Игоря?

7 класс



8 класс

921. (Задача-исследование.) Моторная лодка прошла в один день некоторое расстояние по течению реки и вернулась обратно. В другой день она прошла такое же расстояние по течению более быстрой реки и также вернулась обратно. В какой из дней лодка затратила на весь путь больше времени?

- 1) Выскажите предположение об ожидаемом ответе.
- 2) Введите обозначения: x км/ч — скорость лодки в стоячей воде; y км/ч и z км/ч — скорости течения первой и второй рек; s км — расстояние, на которое отплывала лодка.
- 3) Запишите формулы для вычисления времени t_1 ч и t_2 ч, затраченного лодкой на весь путь в каждый из дней.
- 4) Найдите разность $t_1 - t_2$ и, оценив её, ответьте на вопрос задачи.
- 5) Подтвердилось ли ваше предположение?

6 КЛАСС



ПРАКТИЧЕСКАЯ СИТУАЦИЯ Представьте, что вы хотите сделать аквариум, имеющий форму параллелепипеда. Для этого необходимо в мастерской заказать стёкла.

- 1) Сколько стёкол и какого размера надо заказать, если длина аквариума должна равняться 50 см, ширина — 30 см, а высота — 40 см?
- 2) Сколько придётся заплатить, если стоимость стекла составляет 400 р. за 1 м^2 ?
- 3) Такими же или нет будут затраты на изготовление аквариума, у которого длина равна 40 см, ширина — 30 см, высота — 50 см?



Существующие федеральные нормативные документы включают задачу формирования функциональной грамотности

- **ФГОС начального общего, основного общего и среднего общего образования (Приказы Минобрнауки РФ № 373 от 06.10.2009; № 1897 от 17.12.2010; № 413 от 17.05.2012)**
- **Примерные основные образовательные программы начального, основного и среднего общего образования (одобрены решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15, протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з)**

Формируя функциональную грамотность обучающихся, мы решаем задачи стратегического развития Российской Федерации:

- усиление позиций Российской Федерации в глобальной конкуренции путем развития человеческого потенциала как основного фактора экономического развития;
- технологическое первенство на мировой арене, усиление роли инноваций в социально-экономическом развитии.

**Функциональная грамотность –
основа жизненной и профессиональной
успешности выпускников!**



Красноярский ЦОКО



Группа «ГМО учителей математики г. Ачинска»



**Издательство
«Просвещение»**



**Центр оценки качества
образования ИСРО РАО**



Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов РФ в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся»



Модуль 2 Сборник готовых задач

Цель: создание банка заданий на развитие и оценку функциональной грамотности

От каждой школы предоставить не менее трёх задач с полной характеристикой и ответами.

Оформить в формате WORD или PDF с указанием школы и авторов-составителей, источник.

Отправить на эл адрес irina3141@mail.ru до конца января